**XXXVIII Konkurs Matematyczny**
**im. prof. Jana Marszała**
**etap wojewódzki**
(3 lutego 2023 r. godz. 10:00 – 12:00)

## POZIOM JUNIOR

**Zadanie 1.** ***(6 pkt)***

Wykaż, że jeżeli $a,b,c$ są długościami boków trójkąta, to prawdziwa jest nierówność
$1+\left(1-\frac{a+b}{c}\right)\left(1-\frac{b+c}{a}\right)\left(1-\frac{c+a}{b}\right)\geq 0$ .

**Zadanie 2.** ***(6 pkt)***

Trójmian kwadratowy $W(x)=ax^2+bx+2023$, gdzie $a$ i $b$ są liczbami całkowitymi różnymi od zera, ma dwa pierwiastki całkowite. Wykaż, że $W(2023)$ jest liczbą parzystą.

**Zadanie 3.** ***(6 pkt)***

Dla jakich wartości parametru $k$ równanie $\left|\left||x|-1\right|-2k\right|=4$ ma dokładnie pięć rozwiązań?

Rozwiąż to równanie dla obliczonej wartości parametru $k$ .

**POWODZENIA !**

**XXXVIII Konkurs Matematyczny**
**im. prof. Jana Marszała**
**etap wojewódzki**
(3 lutego 2023 r. godz. 10:00 – 12:00)

## POZIOM SENIOR

**Zadanie 1.** ***(6 pkt)***

Oblicz pole trapezu prostokątnego, wiedząc, że odległości środka okręgu wpisanego w ten trapez od końców ramienia nieprostopadłego do podstaw są równe $2a$ i $4a$ .

**Zadanie 2.** ***(6 pkt)***

Rozstrzygnij, czy istnieje taka liczba rzeczywista $x$ , dla której każda z liczb $x^2+\sqrt{5}$ oraz $x^4+\sqrt{5}$ jest liczbą wymierną?

**Zadanie 3.** ***(6 pkt)***

Rozwiąż równanie $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}=\frac{1}{x-1}$.

**POWODZENIA !**